Paradoxos eleitorais

O voto é uma das grandes conquistas da humanidade. Ainda nada melhor foi inventado para conseguir um sistema de governo que garanta a liberdade e o progresso. E será possível inventá-lo?

O sistema usado nas democracias baseia-se no chamado voto plural, que é mais conhecido pela sigla «Um homem um voto». Aqui «homem» representa cidadão, portanto admitimos que o voto plural inclui homens e mulheres. Parece um sistema justo. E é. Mas não está isento de paradoxos, de situações aparentemente contraditórias e surpreendentes, que têm sido notadas desde a antiguidade. Ao que se sabe, terá sido Plínio, *o Novo,* assim chamado para o distinguir do tio, Plínio, *o Velho,* quem primeiro revelou algumas situações paradoxais envolvidas no voto. Estava-se no século II d. C. e as eleições estavam reservadas a uma elite, mas os problemas eram os mesmos. No século XVII, os paradoxos eleitorais começaram a ser discutidos sistematicamente. Procurava-se um sistema de eleições perfeito e racional e começaram a surgir os problemas.

O matemático francês Jean-Charles Borda (1733–1799) foi o primeiro a estudar sistematicamente a questão. O que descobriu surpreendeu os seus contemporâneos. Olhando para o sistema eleitoral como um método de agregar opiniões para encontrar uma escolha colectiva, notou que métodos diferentes conduzem a resultados diferentes. O paradoxo de Borda, como veio a ser conhecido, foi muito discutido na época, sem que se tenha encontrado uma solução satisfatória.

Borda apresentou o problema à Academia Real Francesa em 16 de Junho de 1770. Apresentou um exemplo em que 21 votantes escolhiam entre três candidatos. Considerou as preferências relativas de cada votante, isto é, a forma como cada eleitor hierarquizava os candidatos. O que reparou foi que era possível eleger um candidato que a maioria dos eleitores colocava em último lugar. Bastava para isso que os votos dos outros dois estivessem suficientemente divididos. Modernamente chama-se a isso a eleição de um perdedor de Condorcet, isto é, de um candidato que perde em comparações bilaterais com todos os outros. No exemplo de Borda, o candidato A perdia as eleições se apenas as disputasse com o candidato B, perdê-las-ia de novo se apenas se defrontasse com o candidato C, mas ganhá-las-ia se fosse às urnas contra os dois em simultâneo.

Para resolver o paradoxo, Borda propôs um sistema que veio a ser chamado contagem de Borda. É semelhante ao que é aplicado no Festival da Canção e em outros concursos. Em vez do sistema «um homem um voto», Borda dava a cada eleitor a possibilidade de atribuir uma pontuação a cada candidato. Havendo três, cada eleitor daria dois pontos ao candidato que preferisse, um ponto ao da sua segunda preferência e zero ao terceiro. Os pontos seriam depois somados e a escolha recairia sobre o candidato mais pontuado.

Paradoxo de Borda

PREFERÊNCIAS	1 VOTANTE	7 VOTANTES	7 VOTANTES	6 VOTANTES
1.ª escolha	A	A	B	C
2.ª escolha	B	C	C	B
3.ª escolha	C	B	A	A

Cada perfil de preferências corresponde a uma coluna, que tem o número de votantes indicado. Assim, por exemplo, apenas uma pessoa põe o candidato A em primeiro lugar, seguido do B e, depois, do C. Na segunda coluna vemos que há 7 votantes que preferem o candidato A, que põem em segundo lugar o candidato C e em terceiro o B. Neste exemplo de Borda, o candidato mais votado segundo o sistema plural (um homem um voto) é A, com 8 votos a favor, contra 7 em B e 6 em C. No entanto, esse é o candidato mais detestado pela maioria do eleitorado, uma vez que 13 votantes em 21 o põem em último lugar

O sistema parece perfeito, mas levanta também os seus problemas. Primeiramente, por que razão tem a preferência de ser linear? Dar zero pontos ao candidato menos querido, um ponto ao seguinte e por aí adiante, pode não reflectir exactamente as nossas preferências. Não poderia um votante dar zero pontos a um candidato, meio ponto ao seguinte e ponto e meio a um terceiro? O curioso é que, se assim fosse, o vencedor poderia não ser o mesmo. Com idênticas ordenações das preferências, o candidato mais votado pode depender dos pesos que se fixarem. Quer dizer, o sistema de pontos nem sempre dá o mesmo resultado.

Mais grave ainda, como o mostrou um compatriota de Borda, o matemático e filósofo marquês de Condorcet (1743–94), nem sempre é possível agregar as preferências dos

Paradoxo de Condorcet

PREFERÊNCIAS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
1.ª escolha	A	B	C
2.ª escolha	B	C	A
3.ª escolha	C	A	B

Para o primeiro grupo de votantes, o candidato A é o preferido, seguido do B e, depois, do C. Há uma lógica transitiva nas escolhas deste grupo. Se se prefere A a B e se prefere B a C, então também se prefere A a C. Mas essa transitividade não se transporta para o conjunto de votantes.

Suponhamos que há um número idêntico de votantes em cada grupo. Então A vence B, pois é essa a hierarquia que tanto o grupo 1 como o 3 estabelecem. É essa a opinião da maioria dos votantes. Por outro lado, B também vence C, pois essa é a hierarquia que tanto o grupo 1 como o 2 definem. Pareceria lógico que, A vencendo B e B vencendo C, então A também teria de vencer C. No entanto, C vence A, como se pode ver pelo mesmo raciocínio: tanto o grupo 2 como o 3 põem C antes de A

votantes de forma coerente. A hierarquia de preferências de cada eleitor deve ter uma propriedade elementar, deve ser *transitiva:* se um eleitor põe o candidato A à frente do B e o B à frente do C, então também porá o A adiante do C. Numa colectividade e em eleições em que haja pelo menos três candidatos, não é isso que se passa. A colectividade pode preferir A a B, preferir B a C e, no entanto, preferir C a A! Como se resolverá este problema?

Donald Saari, um matemático da Universidade da Califórnia em Irvine que se tem dedicado a estudar os problemas eleitorais, mostrou que as pequenas mudanças em qualquer sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados das eleições. Saari é um dos matemáticos e especialistas de ciência política que se têm dedicado a estudar os problemas da chamada escolha pública, uma área que sofreu um grande desenvolvimento na segunda metade do século XX.

Nesta altura, o leitor pode já suspeitar que é difícil encontrar um sistema perfeito. Mas o problema é ainda mais complexo do que à primeira vista parece. Kenneth J. Arrow, um matemático e economista norte-americano que recebeu o Prémio Nobel em 1972, estudou um conjunto de condições eleitorais aparentemente razoáveis, tais como a discutida transitividade das preferências, e mostrou que não há nenhum sistema eleitoral democrático que satisfaça simultaneamente todas essas condições.

Que se pode então fazer? Matematicamente o problema não tem solução, mas a sociedade não precisa de sistemas perfeitos, mas sim de regras que conduzam a escolhas colectivamente aceites, mesmo que sejam falíveis e aproximadas. A matemática pode ajudar a perceber os problemas dos diversos sistemas eleitorais, mas não põe em causa a democracia, pois trata-se de uma escolha moral colectiva que a história tem revelado ser acertada.

A MATEMÁTICA DAS COISAS : DO PAPEL A4 AOS ATACADORES DE SAPATOS, DO GPS ÀS RODAS DENTADAS / NUNO CRATO

AUTOR(ES):	Crato Nuno 1952-; Santos José Carlos, ed. lit.; Valente Guilherme, ed. lit.
EDIÇÃO:	4o ed.
PUBLICAÇÃO:	Lisboa : Gradiva 2008
DESCR. FÍSICA:	245 p. : il. ; 23 cm
COLECÇÃO:	Temas de Matemática / José Carlos Santos / Guilherme Valente ; 6
ISBN:	978-989-616-241-2